

Определяне на относителната диелектрична проникваемост на твърдо тяло по резонансен метод

Кратка теоретична част

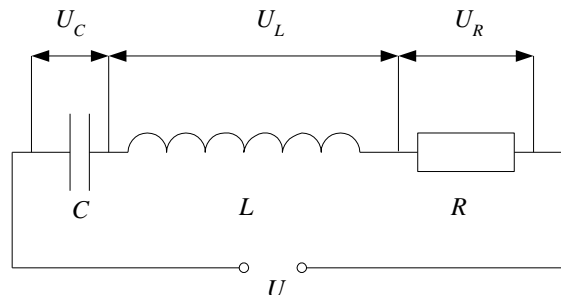
Диелектриците са вещества в които няма свободни електрични заряди. Като всички вещества те са изградени от атоми и молекули. Положителният заряд на всеки атом е съсредоточен в ядрото, а отрицателния – в електронната му обвивка. Ако заменим всички положителни електрични заряди, разположени в ядрата със сумарен електричен заряд, разположен в „центъра на тежестта“ на положителните електрични заряди, а зарядът на всички електрони със сумарен електричен заряд, разположен в „центъра на тежестта“ на отрицателните заряди, молекулата може да се разглежда като електричен дипол.

Внасянето на диелектрик в електрично поле води до поляризация на диелектрика – процес на ориентиране на диполите във външното електрично поле. В резултат на това в диелектрика се създава електрично поле, насочено обратно на външното.

За характеризиране свойствата на диелектриците се въвежда величината относителна диелектрична проникваемост - ϵ_r . Тя показва колко пъти силата на взаимодействие между електричните заряди в диелектрика е по-малка от силата на тяхното взаимодействие във вакуум,

$$\text{т.е. } \epsilon_r = \frac{F_0}{F}.$$

Определянето на диелектричната проникваемост на твърдо тяло може да стане чрез резонансен метод. За целта се използва променливотокова верига, състояща се от последователно свързани резистор със съпротивление R , bobина с индуктивност L и плосък кондензатор с капацитет C - (паралелен трептящ кръг).



В реалния трептящ кръг винаги има съпротивление R на соединителните проводници и намотката. Това води до отделяне на топлина и съответно до невъзвратими загуби на енергия. Електромагнитното трептене в реален трептящ кръг е аналогично на затихващо механично трептене, а съпротивлението R на контура е аналог на коефициента на триене r . Използвайки закона на Ом за този затворен контур се получава следното диференциално уравнение на затихващото електромагнитно трептене:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad (1)$$

където $\beta = \frac{R}{2L}$ е коефициентът на затихване, а $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ е собствената кръгова честота. С така

въведените означения уравнението (1) има същия вид, както и диференциалното уравнение на затихващо механично трептене. Общото му решение има вида:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

където q_0 е началният заряд, с който е зареден кондензатора, а кръговата честота на затихващите

трептения се определя от израза: $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$.

За да се получи реално незатихващо трептене трябва, както и в случая на механичните трептения, да се внася енергия в системата т.е. в трептящия кръг да се включи източник на ЕДН. При това външното ЕДН (както външната сила при механичните трептения) трябва да се променя по периодичен закон, например $\varepsilon = \varepsilon_m \cos(\Omega t)$. Използвайки закона на Ом за този затворен контур се получава следното диференциално уравнение на принуденото електромагнитно трептене:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_m}{L} \cos \Omega t \quad (3)$$

Частното решение на нехомогенното уравнение (3) има вида:

$$q = q_m \cos(\Omega t - \psi). \quad (4)$$

където амплитудата q_m и началната фаза ψ се дават от изразите:

$$q_m = \frac{\varepsilon_m}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}},$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Кръговата честота ω_0 и коефициента на затихване β са определени по-горе. Общото решение на уравнение (3) се представя като сумата от общото решение на хомогенното уравнение съответстващо на (3) - уравнение (2) и частното решение на (3) давано от уравнение (4). Тъй като общото решение на хомогенното уравнение съответстващо на (3) затихва експоненциално, се установяват принудени трептения с постоянна амплитуда и кръгова честота равна на кръговата честота Ω на външното ЕДН.

Установилите се принудени трептения се извършват в съответствие с уравнение (4). Явлението при което амплитудата на принудените трептения, т.е. зарядът на кондензатора рязко нараства, когато кръговата честота на външното ЕДН Ω се доближава до собствената кръгова честота ω_0 се нарича резонанс. Тъй като в следствие на нарастването на заряда на кондензатора нараства и напрежението, този резонанс се нарича резонанс на напрежението. Резонансната кръгова честота на заряда и напрежението се дава с помощта на формулата:

$$\omega_{R,U} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

Ако диференцираме уравнение (4) по времето ще намерим установилия се ток. При установилия се ток също се наблюдава резонансно нарастване на амплитудата му. В отличие от резонанса на напрежението обаче, резонансната честота на тока $\omega_{R,I}$ съвпада със собствената

честота на трептящия кръг $\omega_{R,I} = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$. Тъй като ние ще измерваме падът на напрежението върху резистора, нас ще ни интересува именно резонанса на тока.

Когато между плочите на плосък кондензатор има диелектрик, резонансната честота на трептящия кръг се определя от израза;

$$\omega_1 = 2\pi\nu_1 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{L \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{d}}} = \sqrt{\frac{d}{L \varepsilon_r \varepsilon_0 S}}.$$

Ако заменим диелектрика с въздух ($\varepsilon_r \approx 1$), резонансната честота на трептящия кръг се определя от израза;

$$\omega_2 = 2\pi\nu_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{L \frac{\varepsilon_0 S}{d}}} = \sqrt{\frac{d}{L \varepsilon_0 S}}$$

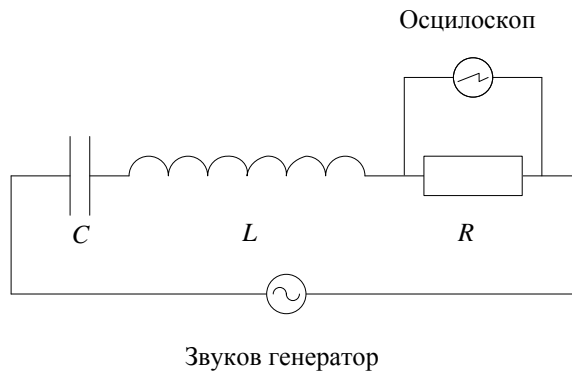
След сравняване на двата израза се получава $\epsilon_r = \frac{v_2^2}{v_1^2}$.

Опитна постановка

Опитната постановка се състои от две метални плочи, образуващи плоския кондензатор, монтиран върху хоризонтална основа. Долната плоча е закрепена неподвижно към основата и е изолирана от нея. Горната плоча е подвижна и може да се движи във вертикална посока.

Последователно на кондензатора са свързани бобина с индуктивност $L = 690 \mu\text{H}$ и резистор със съпротивление $R = 1,3 \text{ k}\Omega$. Успоредно на резистора е включен осцилоскоп, чрез който се отчита максималната стойност на напрежението при настъпване на резонанс.

За източник на ЕДН на третия кръг се използва звуков генератор, работещ при изходно напрежение 3V и честотен обхват от 2 до 20kHz .



Вариант 1. Определяне на ϵ_r чрез резонансните честоти на трептящ кръг

Между плочите на плоския кондензатор се поставя изследвания диелектрик. Намира се честотата на звуковия генератор v_1 , при която има максимално напрежение върху осцилоскопа.

Отстранява се диелектрика от кондензатора. Между плочите се поставят три подложки с дебелина равна на дебелината на изследвания диелектрик, за да се получи въздушен кондензатор. Намира се честотата v_2 на звуковия генератор, при която върху осцилоскопа се получава максимално напрежение.

Резултатите от измерванията се нанасят в таблица. Грешката се пресмята по метода на Гаус.

№	v_1, kHz	v_2, kHz	$\epsilon_r = \frac{v_2^2}{v_1^2}$	$\Delta\epsilon_r = \epsilon_{r_i} - \bar{\epsilon}_r$	$\Delta\epsilon_r^2$
1					
.					
.					
10					
			$\bar{\epsilon}_r =$	$\sum \Delta\epsilon_r^2 =$	

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta\epsilon_r^2}{n(n-1)}} =$$

$$\epsilon_r = \bar{\epsilon}_r \pm \bar{\sigma} =$$

Вариант 2. Построяване на резонансните криви и определяне на ε_r чрез резонансните честоти

На мястото на осцилоскопа в схемата се свързва мултицет с обхват на променливото напрежение 20 V.

Между плочите на плоския кондензатор се поставя изследвания диелектрик. Намира се честотата на звуковия генератор ν_1 , при която има максимално напрежение. Измерванията започват от честота по-малка от тази с 1 kHz. Правят се 20 измервания през 0,1 kHz.

Отстранява се диелектрика от кондензатора. Между плочите се поставят три подложки с дебелина равна на дебелината на изследвания диелектрик, за да се получи въздушен кондензатор. Намира се честотата ν_2 на звуковия генератор, при която волтметърът показва максимално напрежение. Измерванията започват от честота по-малка от тази с 1 kHz. Правят се 20 измервания през 0,1 kHz.

Резултатите от измерванията се нанасят в таблица.

№	ν_1 , kHz	U_1 , V	ν_2 , kHz	U_2 , V
1				
.				
.				
20				

Построяват се резонансните криви и от тях се определят резонансните честоти ν_1 и ν_2 . От формулата $\varepsilon_r = \frac{\nu_2^2}{\nu_1^2}$ се определя диелектричната проницаемост.